

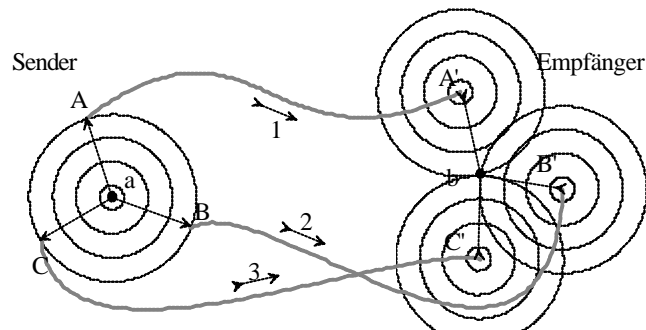
Ein großer Vorsatz scheint im Anfang toll;  
Doch wollen wir des Zufalls künftig lachen,  
Und so ein Hirn, das trefflich denken soll,  
Wird künftig auch ein Denker machen.

J.W. Goethe: Faust

## Wellenausbreitung

### Abbildung in Eigeninterferenz

Auf Laufzeitleitungen bestimmt die Zeitdifferenz  $dt$  den Streckengewinn  $ds$  (den relativen Ort) eines Impulses. Proportionalitätskonstante ist die Geschwindigkeit  $v$ ;  $ds = v dt$ . Für Wellenausbreitungen in isotropen Medien ist der zeitliche Abstand zwischen korrespondierenden Punkten zweier Wellenoberflächen für alle Paare korrespondierender Punkte gleich. Dieser Satz läßt sich auf die Ausbreitung von Impulsen in neuronalen Netzwerken anwenden. Wird ein großes, isotrop verlaufendes Bündel neuronaler Leitbahnen betrachtet, kann eine Parallele zur Optik geknüpft werden: Zwischen Strahlen und Wellenoberflächen sollte die Orthogonalitätsbeziehung erhalten bleiben. Dies gilt aber nur, solange Wellenausbreitungen in *isotropen Medien* betrachtet werden. In neuronalen Netzwerken bilden isotrope Medien eher die Ausnahme.



Werden Wellenausbreitungen auf Bündeln anisotrop verlaufender Leitbahnen betrachtet, ist es notwendig, Strukturen zu analysieren, die einfache Abbildungen in der Form realisieren, daß eine Gruppe von Neuronen eine komplexe Situation (Abbildung) steuert, bzw. daß eine komplexe Abbildung ein Neuron ansteuert. Aufgrund dieser Tatsache ist der Malussche Satz<sup>301</sup> für die allgemeine Beschreibung neuronaler Abbildungen meist nicht anwendbar. Unter Berücksichtigung der Nichtinterferenz von Impulswellen auf mehrfachen der Wellenlänge und der Spezifik der Ausbreitung in isotropen und (vornehmlich) anisotropen Medien entsteht eine interferenzielle Abbildung in neuronalen Impulsnetzwerken überall dort, wo auf allen möglichen Verbindungspfaden zwischen Quelle und Senke die Summe der Laufzeiten gleich groß ist.

Dabei wird vorausgesetzt, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeiten auf verschiedenen Leitbahnabschnitten innerhalb eines Netzwerkes verschieden sein können.

Wenn nicht vorrangig periodische, sondern pulsformige Wellenausbreitungen betrachtet werden, und

<sup>301</sup> Alonso, M.; Finn, J. E.: Physik, Addison-Wesley Deutschland GmbH, 1988

zunächst angenommen wird, daß die Impulse in weitem Abstand im Vergleich zur Größe der Versuchsanordnung auseinanderliegen, entsteht bei Empfängern bevorzugt dann ein Ausgangssignal, wenn auf *allen* Wegen vom Sender  $a$  zum Empfänger  $b$  die Summe der Laufzeiten  $t_m$  gleich groß ist. Dieser Zusammenhang wird als **Abbildungsgleichung für Eigeninterferenz** eingeführt:

$$\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_m = t_{1b} - t_{1a} = t_{2b} - t_{2a} = \dots = t_{ib} - t_{ia} = t_b - t_a$$

Die Zeitdifferenz zwischen Quell- und Senkenpunkt einer neuronalen Interferenzabbildung ist auf allen Pfaden gleich.

Sobald durch falsche Wahl des Abbildungsortes auf einem der Wege eine abweichende Laufzeit entsteht, verlischt die Interferenz.

Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_{mi}$  innerhalb eines Weges stückweise in  $s_{ji}$  konstant, gilt als Maschensatz:

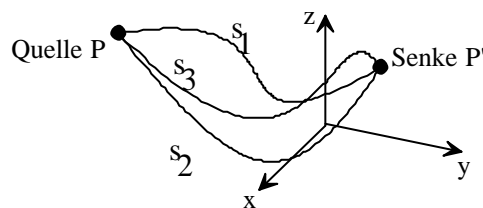
$$\tau = \sum_{i=1}^n \frac{1}{v_{1i}} \Delta s_{1i} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{v_{2i}} \Delta s_{2i} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{v_{3i}} \Delta s_{3i} = \dots = \sum_{i=1}^n \frac{1}{v_{mi}} \Delta s_i$$

Die Verzögerungszeit des einzelnen Pfades setzt sich als Summe der Teilverzögerungszeiten in Bereichen unterschiedlicher Ausbreitungsgeschwindigkeiten zusammen.

Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit jedes Pfades als eine Funktion des Weges  $v(s)$  angebar, kann eine integrale Schreibweise gewählt werden.

$$\tau = \int_a^b \frac{1}{v_1(s)} ds = \int_a^b \frac{1}{v_2(s)} ds = \int_a^b \frac{1}{v_3(s)} ds = \dots = \int_a^b \frac{1}{v_1(s)} ds$$

Ein Zugang zu Interferenz- Abbildungen über Potentialtheorie bzw. Vektoranalysis (Laplace'sche Differentialgleichung als Wellen- oder Telegraphengleichung) wird dadurch erschwert, daß kein eigentliches Potentialfeld zur Verfügung steht. Nicht die Entfernung zwischen zwei Orten ist zur Entstehung einer Pulsinterferenz gefragt, sondern der tatsächlich mit Umwegen gegangene Weg, und die daraus entstehende Laufzeit.



Eine Abbildung ist somit auch dadurch gekennzeichnet, daß *bei konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit* alle Weg- Funktionen  $s_i(x, y, z)$  zwischen zwei Abbildungsorten auf den einzelnen Pfaden zwei gemeinsame Punkte  $P, P'$  besitzen müssen, zwischen denen die Kurvenlänge  $L_i$  auf allen Wegen identisch ist.

Dabei ist die real interessierende Kurvenlänge jeder einzelnen Kurve  $s_i$  zumeist länger als der Betrag des Abstandes der Punkte.

$$s_i \geq \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)}$$

## Matrixbeschreibungen feuender Bildpunkte

Zur Beschreibung eines feuenden Bildpunktes stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Einerseits werden die einem Bildpunkt zugeordneten Impulse auf bestimmten Übertragungskanälen gesammelt. Die entstehenden Kanaldaten sind vom EEG oder EMG bekannt, und sollen im Sinne mathematischer Handhabbarkeit mit dem Begriff *Kanalvektor* beschreibbar sein. Werden unkorreliert zueinander pulsende Sender benutzt (z.B. Hautsensoren), sind dem Kanalvektor wenig relevante Informationen zu entnehmen. Der Herkunftsort der einzelnen, ihn kennzeichnenden Impulse ist nicht zurückverfolgbar.

Wird ein Impuls eines Quellpunktes hingegen in mehrere Kanäle eingespeist, so erscheint derselbe Impuls auf den verschiedenen Kanälen zu verschiedenen Zeitpunkten, je nachdem, wie weit der jeweilige Kanalzugang vom Bildpunkt entfernt liegt, und welche Stelle jedes Kanals als Bezugsort gewählt wird. Unter Maßgabe, alle Bildpunkte einer Vorlage werden an denselben Bezugspunkten der Übertragungskanäle vermessen, wird jeder Bildpunkt durch einen speziellen Satz von Verzögerungszeiten, der sogenannten *Bildmaske* (auch als *Bildpunktvektor* oder *Interferenzvektor* bezeichnet) gekennzeichnet.

Sofern alle Impulse die gleiche Gestalt besitzen, ist es sinnvoll, zu einer ausschließlich zeitbezogenen *Vektordarstellung* überzugehen, indem nur noch die relativen Durchgangszeiten der Impulse notiert und in einen Vektor eingetragen werden.

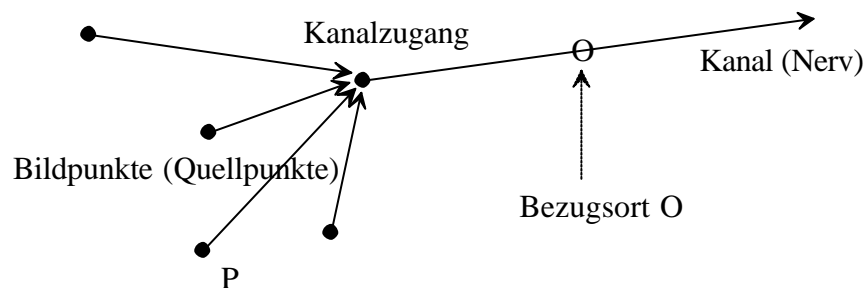
Wo eine ganzzahlige Quantelung der Verzögerungszeit sinnvoll ist, um Matrixverfahren einfacher anwenden zu können, kann u.U. eine *Gitter-Norm*  $R$  anstelle einer pythagoräischen sinnvoll sein. Der Abstand zweier Punkte ergibt sich dann stets als ganzzahliger Wert, wenn auf einem Raster gearbeitet wird.

$$R_{ij} = R(p_i, p_j) = R(\overline{p_i p_j}) = \|p_i - p_j\|_1 = ||x(p_i) - x(p_j)|| + ||y(p_i) - y(p_j)$$

Die Gitter-Norm wird im folgenden mit einem Senkrecht-Symbol gekennzeichnet.

### Kanalvektor

Auf einem Übertragungskanal (Nerv) laufen die zumeist unkorrelierten Ereignisse verschieden weit vom *Kanalzugang* entfernter *Quellpunkte* ein. Aufgrund fehlender Korrelation der Quellen durch asynchrones Feuern ist der einzelne Kanalvektor nahezu aussagefrei. Erst in Korrelation zu anderen Kanalvektoren betrachtet lassen sich Rückschlüsse auf Quellorte und Feuerintensitäten ziehen.



Ist die Impulsform von Puls zu Puls verschieden, so kann der einzelne Kanal nur in der Form einer kontinuierlichen oder gestützten Funktion  $u(t)$  aufgezeichnet werden. Interessanter ist der Fall, wenn von allen Generatoren gleichförmige Impulse erzeugt werden. Dann beschränkt sich die Notation der Kanaldaten auf die Aufzeichnung der Zeitpunkte  $t_i$ , zu denen ein Impuls vorbeikommt.

Werden die Durchgangszeiten  $t_i$  verschiedener Impulse durch einen Bezugsort  $O$ , der willkürlich am

Kanal gewählt wird, vermessen, so bilden sie, bezogen auf eine Ausgangszeit  $t_0$  den *Kanalvektor*  $K$ .

$$K^T = (t_1 - t_0, t_2 - t_0, \dots, t_n - t_0)$$

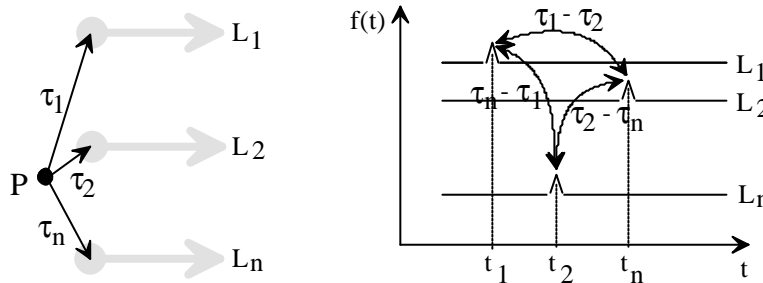
Man beachte, daß *bei allen* in dieser Arbeit dargestellten Leitbahnen (sofern nicht gesondert erwähnt) eine nicht vernachlässigbare Ausbreitungsgeschwindigkeit der Impulse, somit eine i.a. längenproportionale Laufzeit vorausgesetzt wird!

### Bildpunktmaske (Bildpunktvektor, Interferenzvektor)

Einleitend wurden vektorisierte Impulsfolgen benutzt, um elementare Interferenzen zu beschreiben. Zur Charakteristik eines Bildpunktes ist ein Gebilde ('Bildpunktvektor, Bildpunktmaske') erforderlich, dessen Eigenschaften diskutiert werden sollen. Untersuchen wir dazu das Wesen der Übertragung einer Abbildung.

Ein Bildort bleibt erhalten, wenn sich die Absolutzeit ändert, die Abbildung eines Bildpunktes ist von der vergangenen Absolutzeit unabhängig. Folglich besteht das Wesen einer Abbildung darin, daß die Relativlage der Einzelimpulse auf Leitbahnen  $L_1, L_2, \dots, L_n$  zueinander entscheidend für den Bildort, für das Entstehen einer Interferenz an einem genau definierten Ort ist. Erst die vergleichende Betrachtung der verschiedenen Kanalvektoren zueinander gibt Aufschluß über die übertragenen Informationen.

Durch Addition einer beliebigen Bezugszeit  $\tau$  auf allen Leitbahnen darf eine Abbildung nicht verändert werden, d.h. eine Abbildung bleibt unverändert, wenn der *relative Bezug*, die Zeitdifferenzen der Signale zueinander, erhalten bleibt.



Geometrische Anordnung von Leitbahnen und Zeitdiagramm einer Bildmaske

Eine zu einem *Bildpunkt*  $P$  gehörendes Tupel von Zeitfunktionen  $U$  ist dadurch charakterisiert, daß es einer jeden Leitbahn, die im Ausstrahlungsbereich liegt, eine Zeitfunktion  $u_i(t)$  zuordnet. Dabei ist der Absolutzeitbezug möglicherweise verschieden, deshalb soll eine Normierung auf eine Bezugszeit  $t_{0i}$  vorgenommen werden.

$$U = \begin{pmatrix} u_1(t - t_{01}) \\ u_2(t - t_{02}) \\ \vdots \\ u_n(t - t_{0n}) \end{pmatrix}$$

Prägen verschiedene Bildpunkte  $P_k$  verschiedene Zeitfunktionen  $u_{ki}$  auf eine Leitbahn auf, so können die Zeitfunktionen auf verschiedenste Art miteinander verknüpft werden. Neben Addition, Multiplikation, arithmetischem und geometrischen Mittelwert sind auch zeitverschiebende Verknüpfungsoperationen aus der Natur bekannt. Zur Kennzeichnung der Verknüpfungsoperation

wird deshalb ein Joker  $\otimes$  benutzt.

$$\otimes u_k = u_{k1} \otimes u_{k2} \otimes \dots \otimes u_{kn}, \quad \otimes U_k = \otimes u_{ki}$$

Für den Fall der Addition gilt anschaulich, daß sich die Zeitfunktionen der einzelnen Generatoren  $P_k$  summativ überlagern.

$$\Sigma U_k = \begin{pmatrix} \Sigma u_{k1}(t-t_{01}) \\ \Sigma u_{k2}(t-t_{02}) \\ \vdots \\ \Sigma u_{kn}(t-t_{0n}) \end{pmatrix}$$

Werden gleichförmige Impulse benutzt, und wird eine additive Verknüpfung vorausgesetzt, so beschränkt sich die Notation auf die Beschreibung der Bezugszeiten  $t_i$ , zu denen ein Impuls einen definierten Ort einer Leitbahn  $L_j$  erreicht hat:

### Maske eines Bildpunkt-Impulses

Unter Bezugnahme auf eine gleichförmige Impulse, eine additive Verknüpfung an den Kanaleintrittspunkten und auf eine willkürlich festgelegte Bezugszeit  $t_0$  läßt sich das zur Abbildung eines Bildpunktes einer Abbildung gehörende Impulsdigramm in der Form eines **Bildpunktvektors**  $T_i$  eines Bildpunkt-Impulses darstellen. Dem gleichzuordnen ist die Bezeichnung **Maske eines Impulses eines Bildpunktes**:

$$T_i = \begin{pmatrix} t_1 - t_{0i} \\ t_2 - t_{0i} \\ \vdots \\ t_n - t_{0i} \end{pmatrix}$$

### Redundante Maske

Als *vollständiger oder redundanter Interferenzvektor* soll ein vollständiges Tupel  $T$  aller möglichen Zeitdifferenzen (ohne Bezugszeit) auf den Leitbahnen verstanden werden, die zu einem Bildpunkt gehören.

$$T^T = (t_1 - t_2, t_1 - t_3, \dots, t_1 - t_n, t_2 - t_3, \dots, t_2 - t_n, \dots, t_{n-1} - t_n)$$

Die Anzahl  $s_j$  der Elemente des Vektors ist aus der Anzahl der Leitbahnen  $l$  nach der Rekursionsvorschrift

$$s_1 = 0$$

$$s_j = s_{j-1} + j - 1$$

$$s_j = \sum_{j=1}^l (j - 1)$$

mit  $1 \leq j \leq l$  zu bestimmen. Diese Rekursion gibt die Anzahl aller Kanten (sichtbare und verdeckte) eines Polyeders mit der Eckenzahl  $l$  an ( $s_j = \{0,1,3,6,10,15,21,28,\dots\}$ ). Der so definierte Interferenzvektor ist überbestimmt (redundant).

### Reduzierte Maske

Für einen Empfänger ist die Bezugszeit  $t_0$  nicht bekannt, deshalb kann man auf der Empfangsseite nur mit einem relativen Zeitbezug arbeiten. Dazu setzt man eine beliebige Bezugszeit  $t_i$  gleich der ursprünglichen  $t_i = t_0$  und erhält

$$\tilde{T}_j = \begin{pmatrix} t_1 - t_i \\ t_2 - t_i \\ \vdots \\ t_i - t_i \\ \vdots \\ t_i - t_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 - t_i \\ t_2 - t_i \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ t_i - t_i \end{pmatrix}$$

Man beachte, daß an der Stelle  $t_i$  ein Nullelement des Vektors entstanden ist. Der so entstandene, *reduzierte Bildpunktvektor* (die *reduzierte Bildpunktmaske*) hat folgende Eigenschaften:

- ◆ die Bezugszeit wird durch einen real vorhandenen und übermittelten Impuls gegeben,
- ◆ die Vektorlänge erscheint praktisch um Eins reduziert.

In Bezug auf mögliche Lösungsorte führt dessen Verwendung i.A. auf ein unterbestimmtes Gleichungssystem, das einen Freiheitsgrad besitzt (zB. die Objektweite).

Für die Beschreibung determinierter Vorgänge ist der reduzierte Interferenzvektor  $B$  mit  $n = l - 1$  Elementen anwendbar, der eine redundanzfreie Form des vollständigen Interferenzvektors darstellt.

$$B^T = (t_1 - t_i, t_2 - t_i, t_3 - t_i, \dots, t_{i-1} - t_i, 0, t_{i+1} - t_i, \dots, t_n - t_i)$$

Der Index  $i$  kennzeichnet die (beliebig wählbare) Bezugsleitbahn bzw. den Bezugsimpuls dieser Leitbahn.

Zum Beweis der Invarianz eines vollständigen bzw. reduzierten Interferenzvektors gegenüber einer variierenden Bezugszeit  $t$  werden alle Impulszeiten  $t_x$  auf eine neue Bezugszeit  $t'_x = t_x + \tau$  bezogen. Dann gilt

$$T'^T = (t'_1 - t'_2, t'_1 - t'_3, \dots, t'_1 - t'_n, t'_2 - t'_3, \dots, t'_2 - t'_n, \dots, t'_{n-1} - t'_n) = T^T$$

da für beliebige Differenzen  $t'_x - t'_y = (t_x + \tau) - (t_y + \tau) = t_x - t_y$  gilt. Entsprechendes gilt für den reduzierten Interferenzvektor, der eine Untermenge des vollständigen Interferenzvektors darstellt.

Die Eigenschaft der Invarianz gegenüber Bezugszeitänderungen soll folgend in der Form

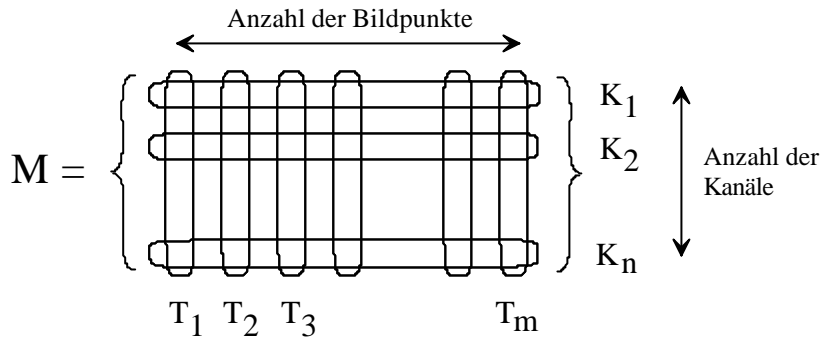
$$T(\tau_0) = T(\tau_1) = \dots = T(\tau_m) \text{ bzw.}$$

$B(\tau_0) = B(\tau_1) = \dots = B(\tau_m)$  dargestellt werden. Sie ist ein wesentliches Merkmal neuronaler Interferenzabbildungen, auf das im folgenden oft Bezug genommen werden wird.

## Kanalmatrix

Nachdem nun die Begriffe des Kanalvektors und der Bildmaske erörtert sind, stellt sich die Frage, welchen Zusammenhang Kanalvektor und Bildmaske im mathematischen Sinne besitzen. Diese Frage ist für den Sonderfall des Vorliegens der Kanalbeschreibung in Form des Kanalvektors (diskretisierte Stützstellen, formgleiche Impulse) und einer Bildpunktbeschreibung in Form der diskretisierten Kanalmaske unter gleichen Randbedingungen beantwortbar.

Werden die Kanalvektoren  $K_i$  aller Kanäle in einem Schema übereinander gelegt, so entstehen durch senkrechte Ablesung die Kanalmasken  $T_j$ .



Folglich charakterisiert ein vollständiger Satz von Kanalvektoren  $K_i$  ebenso wie ein vollständiger Satz von Bildpunktmasken  $T_i$  im Sinne interferenzieller Wirkungen eine **Kanalmatrix**  $M$ . Durch Vergleich kann gezeigt werden, daß beide Beschreibungsarten zueinander auf dieselbe Kanalmatrix führen. Kanalvektor- und Bildmaskendarstellung führen jeweils eindeutig zur Kanalmatrix.

**Überführung Kanalmatrix, Kanalvektor, Bildpunktmaske**

Für eine Kanalmatrix mit den Elementen  $M = (a_{ij})$

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}, \quad M = M(p_1, p_2, \dots, p_n, l_1, l_2, \dots, l_m)$$

seien alle Zeilen  $i$  Bestandteil je eines Kanalvektors  $K_i = (a_{ij})$

$$K_i = \begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{im} \end{pmatrix}$$

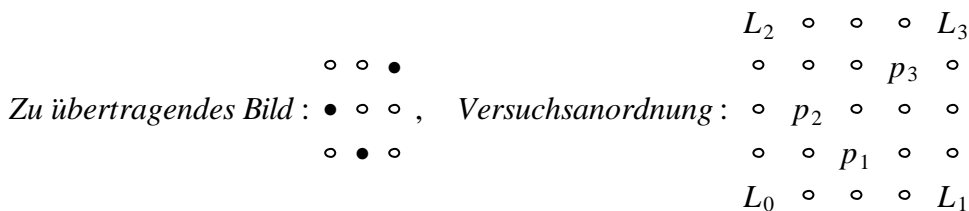
zu interpretieren. Dann kann gezeigt werden, daß alle Spalten  $j$  Bestandteil je einer Kanalmaske  $T_j = (a_{ij})$  sind

$$T_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{nj} \end{pmatrix}$$

**Beispiel: Bildfaltung in den Kanalraum**

Anhand eines Beispiels soll unter der vereinfachenden Annahme einer orthogonalen Normbildung ein Pulsbild in einen Kanalraum transformiert werden. Anschließend wollen wir dieses Bild wieder zurückfalten, um qualitativ bestimmte Probleme, die mit einer Pulsdichtecodierung zusammenhängen, erkennen zu können.

**Beispiel**



Die Generatoren  $p_1, p_2, p_3$  pulsen zu den Zeitpunkten  $t_0(p_1) = -2, t_0(p_2) = 0, t_0(p_3) = 1$ . Als markierte Zellen der Kanalmatrix auf den Positionen  $(x,y) = (2,1),(1,2),(3,3)$  mögen sie gleichstark

feuern, d.h.. sie nehmen einen gleichartigen Impulswert an. Alle anderen Positionen behalten den Wert Null, sie feuern nicht.. Der Koordinatenursprung ( $x = y = 0$ ) möge in  $L_0$  liegen. Die Einspeisungen  $L_i$  der Leitbahnen mögen in den Eckpunkten des Bildes liegen.

Statt der pythagoräischen Norm soll der Übersichtlichkeit halber eine orthogonale Registrierung der Verzögerungszeiten in Achsenrichtung stattfinden, der jeweilige Radiusbetrag  $R$  wird in *orthogonaler oder Gitter-Norm* als Abstand

$$R_{ij} = R(p_i, L_j) = R(\overline{p_i L_j}) = \|p_i - L_j\|_1 = \left| |x(p_i)| - |x(L_j)| \right| + \left| |y(p_i)| - |y(L_j)| \right|$$

berechnet. Zur Kennzeichnung der Gitter-Norm kann ein 'Senkrecht'-Symbol angefügt werden. Die Norm ist stets positiv, da jede auch negativ gezählte Entfernung mit einer positiven Verzögerungszeit korreliert. Die Kanalmaske entsteht als *zeitlicher* Abstand zwischen dem jeweiligen Quellpunkt  $L_j$  und dem betrachteten Bildpunkt  $p_i$ . Eine Kanalmaske  $T_i$  trägt dabei nur einen Bildpunkt.

$$T(p_i) = T_i = \begin{pmatrix} \|p_i - L_0\|_1 - t_{0i} \\ \|p_i - L_1\|_1 - t_{0i} \\ \vdots \\ \|p_i - L_n\|_1 - t_{0i} \end{pmatrix}$$

Jedem Bildpunkt (jeder Maske) ist eine Bezugszeit  $t_{0i}$  als Feuerzeitpunkt zugeordnet.

Für unser Beispiel ergeben sich folgende Masken:

$$T(p_1) = T_1 = \begin{pmatrix} \|p_1 - L_0\|_1 - t_{01} \\ \|p_1 - L_1\|_1 - t_{01} \\ \|p_1 - L_2\|_1 - t_{01} \\ \|p_1 - L_3\|_1 - t_{01} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad T_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Der feuernde Punkt  $p_i$  liegt zB. von  $L_0$  aus zwei Einheiten in  $dx$ -Richtung, und eine Einheit in  $dy$ -Richtung entfernt, macht 3. Davon ist die Bezugszeit -2 zu subtrahieren, ergibt 5.

Werden die Masken nebeneinander notiert, entsteht daraus die Kanalmatrix  $M$ .

$$M(p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 3 \\ 7 & 3 & 3 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Kanalvektoren  $K_j$  sollen nun aus der Kanalmatrix  $M$  abgelesen werden. Sie können anhand der Versuchsanordnung überprüft werden.

$$K_i = K(L_i),$$

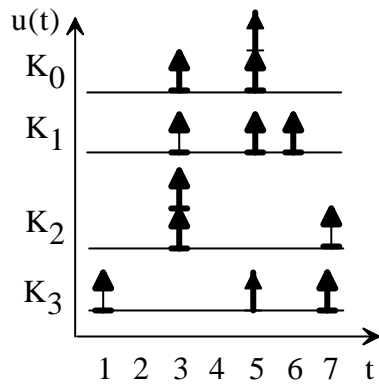
$$K_0 = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad K_1 = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad K_2 = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad K_3 = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Kanal  $K_0$  sendete zB. zu den Zeiten (5,3,5) jeweils einen Impuls.

### Zeitfunktionen der Kanäle

Für jeden Kanal kann die dem Vektor entsprechende Zeitfunktion der Erregung in ein  $u(t)$ -Diagramm eingetragen werden.





Gefaltetes Zeitdiagramm der Kanalimpulsfolgen des Testbildes.

Es ist zu erkennen, daß zu den Zeitpunkten 3 und 5 zwei übereinanderliegende Impulse entstehen.

Es ist zu erkennen, daß die Kanäle  $K_0$  und  $K_2$  im Beispiel jeweils an einer Stelle eine Verdopplung der Amplitude aufweisen. Trotz voraussetzungsgemäßer Arbeit mit normierten, einheitlich großen Impulsen entwickelt sich eine Zeitfunktion auf den Kanälen, deren Amplitude nicht normiert ist.

Eine Weiterentwicklung eines solchen Schemas mit größer werdenden Bildern hätte zwangsläufig für hohe Kanalzahlen und große Bildpunktzahlen zur Folge, daß die Zeitfunktion der Kanäle mehr und mehr *kontinuierlich* erscheint.

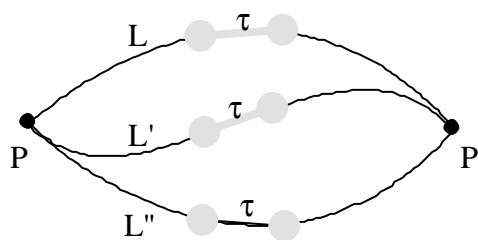
Anders herum kann diese Erkenntnis zur Rückrechnung von in einen Nerv einkoppelnden Neuronen benutzt werden. Daraus sind quantitative Aussagen über den Grad der Vernetzung des zu untersuchenden Systems zu gewinnen.

Wird zusätzlich ein gleichstromfreier Einzelimpuls angenommen, der Unterschwünge vor und nach der Impulsspitze voraussetzt, bleibt auch das Kanalpotential gleichstromfrei. Wir erhalten eine Darstellung der Kanalinformation, wie sie von EEG- und EMG-Geräten her bekannt ist.

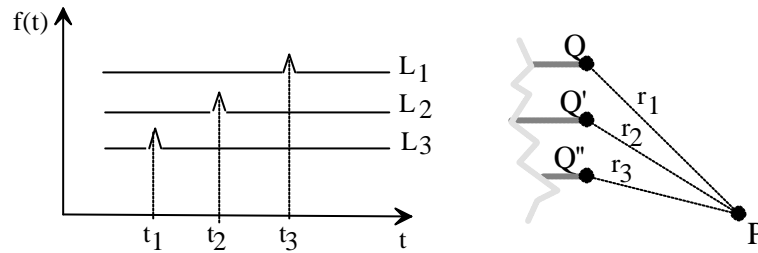
Die Frage, ob der Empfänger eine Rückfaltung der Impulse aus dem Kanalraum in einen Bild(empfangs)raum vornehmen kann, bleibe an dieser Stelle noch offen. Es ist lediglich anzunehmen, daß die Natur sie positiv beantwortet.

## Interferenzort, Differenzvektor

Eine Interferenzabbildung ist vorteilhaft in Quell- und Senkeninterferenz  $P, P'$  zerlegbar. Aufgrund der Invarianz gegenüber Bezugszeitänderungen ist es möglich, jede Abbildung an beliebiger Stelle aufzutrennen, und die geschnittenen Leitbahnen durch Übertragungsleitbahnen gleicher Laufzeit  $\tau$  zu verbinden.



Sofern diese Übertragungsleitbahnen zueinander gleiche Laufzeit behalten, ist die von Ihnen verursachte Absolutverzögerung zur Erhaltung der Abbildung des Bildpunktes belanglos.



Ein Interferenzvektor  $T$  möge an der Stelle  $Q, Q', Q''$  in ein neuronales Netz eingespeist werden. Dann kommt eine Interferenz an jedem Ort  $P$  zustande, an dem die Zeitdifferenzen des Interferenzvektors durch verschiedene Laufzeit der Signale auf verschiedenen langen Leitbahnen  $PQ, PQ', PQ''$  zu Null werden, an dem also der Interferenzvektor zum Nullvektor wird. (Das komplizierte Problem schwacher Interferenz, dh. unvollständiger Interferenzen soll an dieser Stelle ausgeklammert werden). Die zum Interferenzpunkt  $P$  führenden Leitbahnlängen  $r_1, r_2, \dots, r_n$  stehen folglich in direktem Zusammenhang zum Interferenzvektor selbst. Unter der Annahme gleicher Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  auf allen Leitbahnen gilt

$$dr = v dt$$

die Längendifferenzen sind proportional den Zeitdifferenzen

$$r_j - r_i = v(t_j - t_i)$$

Die rechte Seite charakterisiert einen (redundanten oder minimalen) Interferenzvektor. Können die Differenzen der Leitbahnlängen zum (*Längen-*) **Differenzvektor**  $R$  zusammengefasst werden<sup>311</sup>, folgt mit

$$R = \begin{pmatrix} r_1 - r_i \\ r_2 - r_i \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ r_n - r_i \end{pmatrix}; \quad T = \begin{pmatrix} t_1 - t_i \\ t_2 - t_i \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ t_n - t_i \end{pmatrix}$$

und gleicher Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  (Faktor)

$$R = vT.$$

Unter Maßgabe verschiedener Ausbreitungsgeschwindigkeiten als Matrix  $V$  ( $n, n$ - Diagonalmatrix)

$$V = \begin{pmatrix} v_1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & v_2 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & v_n \end{pmatrix}$$

folgt

$$R = V * T^T = T * V$$

bzw.  $T = R * V^{-1}$ .

Eine Abbildung ist gekennzeichnet durch den Sachverhalt, daß quell- und senkenseitiger Interferenzvektor identisch zueinander sind.

$$T_s = T_d$$

Da i.a. verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten zu beachten sind, folgt

$$\frac{1}{v_s} R_s = \frac{1}{v_d} R_d$$

<sup>311</sup> Voraussetzung dafür ist eine axialsymmetrische Anordnung sowie eine äquidistante Teilung der Quell- und Senkenpunkte auf beiden Seiten der Anordnung.

Ein wesentlicher Sonderfall ist der gleich großer Geschwindigkeiten (entgegengesetzten Vorzeichens) auf Sende- und Empfangsseite.

$$v_s = -v_d : R_s = -R_d$$

In diesem Fall werden die Differenzvektoren der Leitbahnen  $R_s, R_d$  zu zueinander negierten Vektoren, die Abbildung bildet sich zentralsymmetrisch aus, sie verlagert sich zur entgegengesetzten Seite der Projektionsachse.

Bei vorliegender  $V$ - Matrix folgt entsprechend

$$R_s * V_s^{-1} - R_d * V_d^{-1} = 0$$

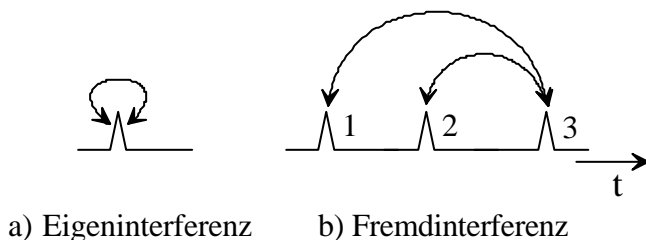
$$R_s * V_s^{-1} = R_d * V_d^{-1}$$

wobei  $T_s, T_d$  die Interferenzvektoren beider Seiten und  $V_s, V_d$  die Geschwindigkeitsmatrizen darstellen. Der Index  $s$  bzw.  $d$  kennzeichnet Quell- und Senkenteil der Abbildung.

## Beugung

### Eigeninterferenz eines Impulses

Im Gegensatz zur elektromagnetischen Wellenausbreitung im Vakuum ist die Entstehung Huygen'scher Elementarwellen (Beugung an Körperkanten) in elektrischen Netzwerken ein kräftig wirkendes Phänomen, vergleichbar der Ausbreitung von Wasserwellen. In elektrischen Leitbahnsystemen breitet sich jede Wellenfront an einem Knoten mit frequenzabhängig verminderter Intensität in alle Richtungen aus. Die Bildung neuer Elementarwellen genügt dem Kirchhoff'schen Knotensatz, wobei angenommen wird, daß Knotenverteiler konstruierbar sind, die niederohmig mehrere Lasten treiben können. *Jeder* Netzwerkknoten ist Quelle neuer, nach Huygen sekundärer Elementarwellen, die sich - unabhängig von der Verlegerichtung der Leitung - um das Maß  $dr = v dt$  ausbreiten. Im Gegensatz zu anderen Medien aber kann sich eine neuronale Welle nur dort ausbreiten, wo sie eine Leitbahn vorfindet. Auch muß der Einzelimpuls alle Krümmungen der Leitbahn verfolgen, folglich werden in gleichen Zeiten nur infinitesimal gleiche Radien durchlaufen. Zunächst aber seien geradlinige Leitbahnen vorausgesetzt.

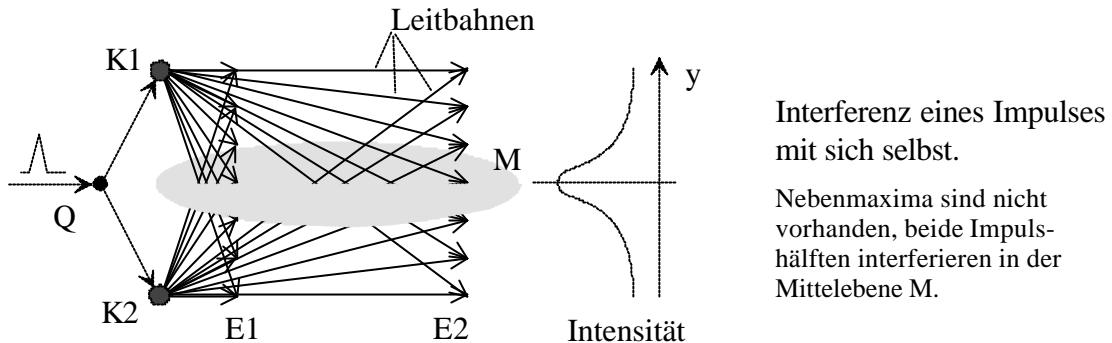


Interferenz zwischen Impulsen:

- a) Eigeninterferenz
- b) Fremdinterferenz zwischen verschiedenen Impulsen 1,2,3

Eine zum Doppelspaltversuch adäquate Form der Beugung mit elektrischen Netzwerken zeigt wesentlich verschiedene Eigenschaften der Interferenz von Einzelimpulsen im Vergleich zur Ausbreitung periodischer Wellen. Anstelle des Doppelspalts sind Verteilerknoten  $K1$  und  $K2$  zu setzen, und jeder Punkt des 'Bildschirmes' ist mit zwei geradführenden (verzögernden) Leitbahnen an beide 'Spaltknoten' anzuschließen. Bei *nichtkorrelierter* oder *inkohärenter* Erregung existieren keine Mehrfach- Interferenzen. Es entsteht eine einzige Interferenzlinie als Halbierende zwischen den

Spaltquellen. Sofern Impulsquellen benutzt werden, zeigt jeder Punkt einer Fläche  $M$ , die sich zwischen den Spaltknoten aufspannen läßt, und die von ihnen zeitlich gleichweit entfernt ist, das Interferenzbild.



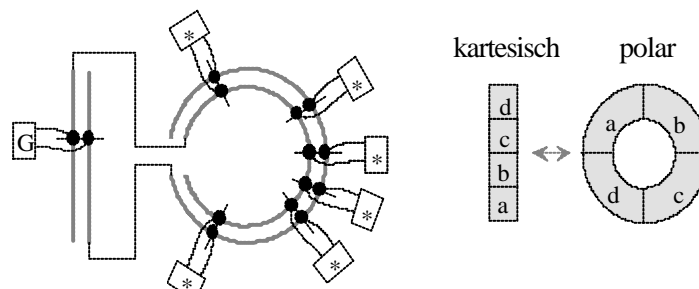
Unabhängig vom Abstand ( $E1$ ,  $E2$ ) zu den Spaltknoten erfüllen alle Punkte der Ebene  $M$  diese Abbildung theoretisch gleich gut. Praktisch flacht die Kurve der Intensitätsverteilung mit wachsendem Abstand von den Spaltknoten  $K1$  und  $K2$  ab, weil bei gleichbleibender Impulslänge die Zeitdifferenz beider Strahlen mit wachsender Entfernung abnimmt. Als Intensitätsbild entsteht die proportionale, aber quadrierte Impulsform, die entsprechend der Einfallswinkel verzerrt wird..

Bei Einzelimpuls- Erregung entsteht beim Doppelspaltversuch in elektrischen Laufzeitnetzwerken eine einzige Interferenzlinie, die Bestandteil einer zeitlich mittig liegenden Interferenzfläche  $M$  ist. Alle Punkte dieser Interferenzfläche liegen im gleichen Laufzeitabstand zu den Spaltknoten  $K1$ ,  $K2$ .

Bei praktischen Versuchen ist zu berücksichtigen, daß jeder impulsverteilende Netzwerkknoten zur Interferenz verursachenden 'Spaltquelle' werden kann, dh. die Anzahl von Netzwerkebenen oder -schalen ist begrenzt, soll das Gesamtnetz nicht mit Impulsen verschiedenster Herkunft verstopft werden.

### Beispiel Koordinatentransformation

Ausführungen der eigeninterferentiellen Beugung können von anderer Gestalt sein, als wir dies von bisherigen, freien Medien gewohnt sind.

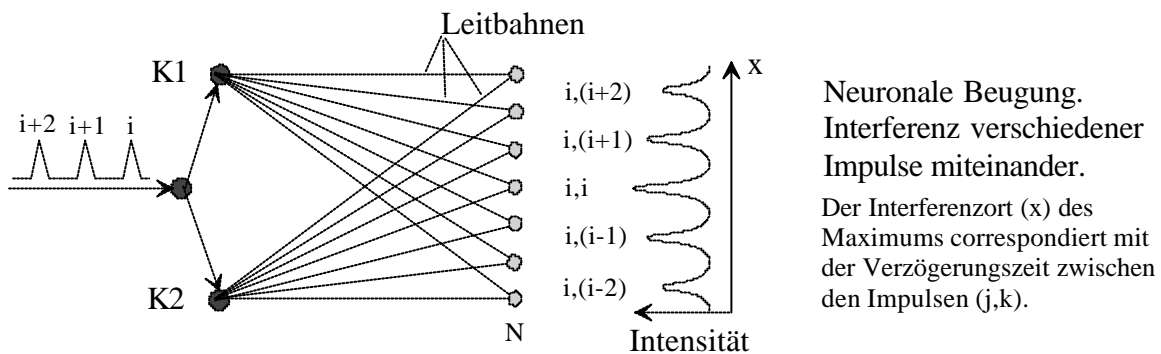


So kann die im Bild dargestellte Anordnung zur Wandlung kartesischer Objektkoordinaten in zylindrische oder polaroide Bildkoordinaten im eigentlichen Sinne ebenfalls als Doppelspaltversuch aufgefaßt werden, wenn zwei 'Spaltblenden' - hier Übertragungsleitungen benutzt werden.

### Fremdinterferenz (Kohärenz von Impulsfolgen)

Im Gegensatz zur Interferenz eines Impulses mit sich selbst kann auch ein Impuls in Interferenz zu einem anderen treten. Sofern beide zueinander korreliert sind, muß in Analogie zur Optik eine

Beugungserscheinung zu beobachten sein.



Eine *Korrelation von Impuls und Folgeimpuls* besitzt im biologischen, neuronalen Netzwerk (im Gegensatz zum optischen System) einen wesentlichen *Informationsinhalt*. Dieser besteht in der darin begründbaren Codierbarkeit sensorischer Amplituden. Verschiedene Amplituden weisen verschieden breite Abstände zwischen den Maxima bei einer Beugung auf, folglich codieren verschiedene Amplituden in Konsequenz verschiedene Interferenzorte.

Nebenmaxima bei der Beugung entsprechen der Fremdinterferenz verschiedener Wellenzüge oder Impulse miteinander. Dieser Sachverhalt besitzt für kohärente (optische) Systeme keine Bedeutung, und wurde offenbar bislang völlig übersehen. So sucht man selbst in den bedeutenden Schriften vergeblich Hinweise auf die tatsächliche Verursachung des Beugungsgeschehens<sup>321</sup> im Detail. Trivialität oder Nachlässigkeit: im neuronalen Bereich hat diese Erkenntnis<sup>331</sup> eine Dimension, deren Größe noch immer nicht abzusehen ist.

Das erste Nebenmaximum wird durch Interferenz des ersten Impulses mit dem zweiten gebildet. Das zweite Nebenmaximum entsteht durch Interferenz des ersten mit dem dritten Impuls und so fort:

- ◆ Maximum: Impuls  $i$  mit  $i$
- ◆ Erstes Nebenmaximum: Impuls  $i$  mit  $(i+1)$
- ◆ Zweites Nebenmaximum: Impuls  $i$  mit  $(i+2)$
- ◆ Drittes Nebenmaximum: Impuls  $i$  mit  $(i+3)$  etc.

Festzuhalten ist, daß sich der Impulsabstand einer Interferenz zwischen Impuls und Folgeimpuls abhängig von der Schirmgeometrie im (geometrischen) Abstand zwischen Maximum und Nebenmaximum der Beugung widerspiegelt.

## Allgemeine Phasenbedingung; Kohärenz

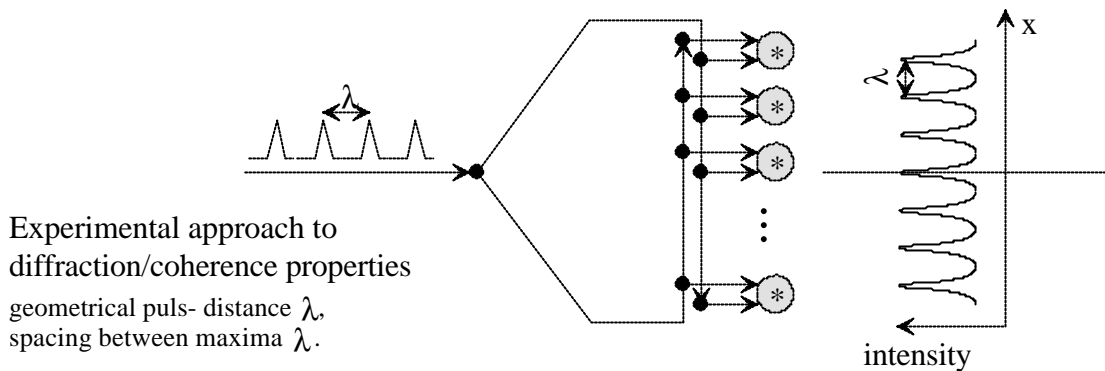
Verstärkende Interferenz von Impulsfolgen gleicher Frequenz tritt an allen Stellen ein, deren Phasenunterschied ein ganzzahliges Vielfaches  $n$  des Impulsabstandes  $l$  ist.

$$t_2 - t_1 = (s_2 - s_1) / v = n l$$

$s_2$  und  $s_1$  mögen die durchlaufenen Leitbahnlängen zwischen gemeinsamer oder phasengleicher Signalquelle und Interferenzort sein. Während die Impulsfolge stationär anliegt, entsteht ein scheinbar stehendes Interferenzmuster (Interferenzbäuche) an den durch obige Gleichung bezeichneten Orten.

<sup>321</sup> v. Laue, Max: Röntgenstrahlinterferenzen. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt/Main, 3. Aufl. 1960

<sup>331</sup> Die Herausarbeitung des Begriffes Beugung erfolgte allmählich. Auf den 5.4.1993 datiert stellt eine Skizze des Autors ein Interferenzfeld dar mit den Bemerkungen: "Erzeugung eines Frequenzbildes... 'Karte' der Vokale und Konsonanten entsteht...". Gefaßt wurde der Begriff erstmalig in einem zurückgewiesenen Manuskript für 'Nature' im Juni 1993.



Breiten sich die Impulse ausgehend von zwei Punkten durch geeignete Leitbahnverlegung geradlinig in alle Richtungen aus, entsprechen die Strecken  $s_2$  und  $s_1$  Radien  $r_2$  und  $r_1$ .

$$r_2 - r_1 = n v I$$

Die Knoten der Interferenz bilden dann räumliche Rotationsflächen in Form hyperbolischer Schalen.

### Kohärenz diametral laufender Wellen

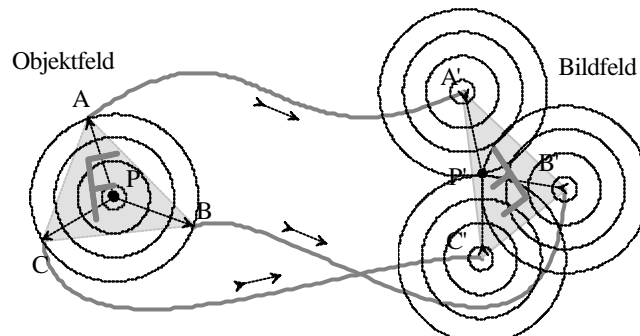
In der dargestellten Versuchsanordnung ist das Verhältnis zwischen dem Abstand der lokalen Maxima  $s = v\tau_1$  und dem Folgeabstand der Impulse  $v\lambda$  gleich. Sind die Impulswellen *diametral* gerichtet, ist die geometrische Impulslänge gleich dem Abstand der lokalen Maxima,

$s = v\tau_1 = v\lambda$ . Wie noch zu zeigen sein wird, hat der im weiteren als *Fremdinterferenz* zu bezeichnende Sachverhalt der Interferenz von verschiedenen, aber korrelierten Impulsen miteinander innerhalb einer Abbildung fundamentale Bedeutung für die Speicherung sensorischer und bewegter Szenen im biologischen, neuronalen Netzwerk.

Für Betrachtungen zu Interferenz- Abbildungen in den Folgeabschnitten ist die Quelle einer Interferenz zunächst noch nicht wesentlich. I.a. wird davon ausgegangen, daß ein autark zu betrachtender Einzelimpuls auf verschiedenen Ausbreitungswegen irgendwann in Interferenz zu sich selbst tritt. Ebenso gut kann er in Interferenz zu einem im Abstand  $\tau$  folgenden Impuls treten, wenn in die jeweilige Abbildungsanordnung eine entsprechende, negativ kompensierende Verzögerungszeit  $\tau' = \tau$  eingebunden ist.

## Ebene Projektion

Um die Dimension einer Abbildung zu erhöhen, soll der Doppelspaltversuch erweitert werden. Wird ein dritter (Referenz-) Knoten einbezogen, so ergibt sich bei *periodischer* Erregung ein aus verschiedenen Maxima und Minima bestehendes Interferenzbild. Bei pulsformiger Erregung entsteht ein einziger Interferenzpunkt. Der Drei- Knoten- Versuch stellt eine Möglichkeit dar, eine flächige Abbildung von einer Senderseite (Objektseite) auf eine Empfängerseite (Bildseite) zu übertragen. Es sind mindestens drei Übertragungskanäle erforderlich, um ein flächiges Objektfeld auf ein flächiges Bildfeld abzubilden.



In einen Punkt  $P$  wird ein Impuls eingespeist. Dieser wird auf drei verzögernden Leitbahnen  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$  zu den Anschlüssen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  dreier Übertragungsleitungen übertragen, die das Signal gleich verzögernd nach  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  bringen mögen. Um  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  herum bilden sich kreisförmige Wellen aus. Ein multiplikativ wirkender Empfänger ( $y = a b c$ ) im Punkt  $P'$  kann nur dann eine Ausgabe  $y$  liefern, wenn gleichzeitig alle drei Impulse mit dem Wert eins ankommen, dh. wenn kein Faktor null ist. Ist der Impuls kurz im Vergleich zur Laufzeit, kann, folglich *nur* im Punkt  $P'$  eine Abbildung von  $P$  zustande kommen.

Bei nichtperiodischer (Impuls-) Erregung wird ein Punkt  $P$  einer Fläche des Objektfeldes auf genau einen Punkt  $P'$  des Bildfeldes abgebildet.

Werden die Strecken  $AP$ ,  $BP$ ,  $CP$ ,  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  und entsprechend  $A'P'$ ,  $B'P'$ ,  $C'P'$ ,  $A'B'$ ,  $A'C'$ ,  $B'C'$  im Laufzeitmaß geteilt und die resultierenden Punkte wieder miteinander vernetzt, läßt sich anhand der entstehenden Graphen zeigen, daß die zur Abbildung gehörenden Gebiete von Objekt- und Bildbereich zueinander isomorph sind.

In Bild- und Objektraum werden in gleichen Zeiten geschwindigkeitsproportionale Strecken durchlaufen. Alle Strecken von jedem Speisepunkt  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , ... zu einem beliebigen Objekt- oder Bildpunkt  $P$ ,  $P'$ , ... des Bild- und des Objektraumes sind proportional einer zur Abbildung gehörenden Konstanten, der Brechzahl  $n$ .

$$\overline{AP} = n \overline{A'P'}$$

$$\overline{BP} = n \overline{B'P'}$$

$$\overline{CP} = n \overline{C'P'}$$

Gilt diese Bedingung für alle Punkte  $P$  und  $P'$  beider Seiten, erfordert eine ebene Projektion zusätzlich zur Isomorphie eine *Kongruenz* der Bilder entsprechend des Laufmaßes der einzelnen Signalrichtungen. Somit kommt eine ebene Projektion nur dann zustande, wenn die Geometrie des Bildraumes hohe Freiheitsgrade in der Leitbahnführung zeigt, und die Ähnlichkeit beider Räume so hoch ist, daß obige Gleichungen für alle Objekt- und Bildpunkte erfüllt sind. Wie am Buchstaben  $F$  ersichtlich, kann sich je nach Anordnung der Speisepunkte die Orientierung des Bildes im Vergleich zum Original ändern.

Als **Abbildungsmaßstab** folgt:

$$\frac{M}{M'} = \frac{\overline{XP}}{\overline{X'P'}} = n = \frac{v_{obj}}{v_{bild}}$$

Das Verhältnis von Objektgröße  $M$  und Bildgröße  $M'$  ist den Streckenverhältnissen zu den Speisepunkten  $XP$  bzw.  $X'P'$  brechzahlproportional, wenn  $X$ ,  $X'$  einen beliebigen Speisepunkt und  $P$ ,  $P'$  einen beliebigen Objekt- bzw. Bildpunkt darstellen.

Als Brechzahl  $n$  wird analog zur Optik das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten zwischen Objektraum  $v_{obj}$  und Bildraum  $v_{bild}$  bezeichnet. Die Größe des Bildfeldes ist durch die räumliche Begrenzung des Bereiches, innerhalb dessen obige Gleichung gilt, definiert. Interferenzen außerhalb eines eng begrenzten Bildraumes existieren bei Nutzung nichtperiodischer Erregungen nicht,

vorausgesetzt, es wird ein geeigneter multiplikativ wirkender 'Empfänger' für die Signale benutzt. Interessant sind die Möglichkeiten dieser Anordnung zur (software- und prozessorfreien) Verkleinerung, Vergrößerung sowie zur Verzerrung und Entzerrung von Bildern. Das Dreieck  $A, B, C$  ist nicht notwendig kongruent zum Dreieck  $A', B', C'$ .

Die Anordnung der Speisepunkte und die Anordnung der Leitbahnen ist an Restriktionen gebunden, eine Abbildung bei multiplikativem Empfang kommt nur zustande, wenn die 'Proportionalität des Signalfusses' gewahrt bleibt. Im Gegensatz zum flächenfüllenden, optischen Medium schränkt ein Netz elektrischer Leitbahnen eine Interferenzfläche auf diskrete Interferenzpunkte ein. Die Vielzahl der Variationen des homogenen (optischen) Raumes wird durch Diskretisierung ersetzt. In Abhängigkeit von der Wahl der geometrischen Impulslänge  $\lambda$  im Verhältnis zum Rasterabstand  $\rho$  kann der Interferenzraum quasi-homogen ( $\lambda > \rho$ ) bzw. diskrete ( $\lambda < \rho$ ) Eigenschaften annehmen.