Wer könnte es wagen, der Natur eine Grenze zu setzen, und zu sagen: Bis hierher darf der Mensch gehen, aber keinen Schritt weiter.

Jean Jacques Rousseau

Visualisierung von Wellen

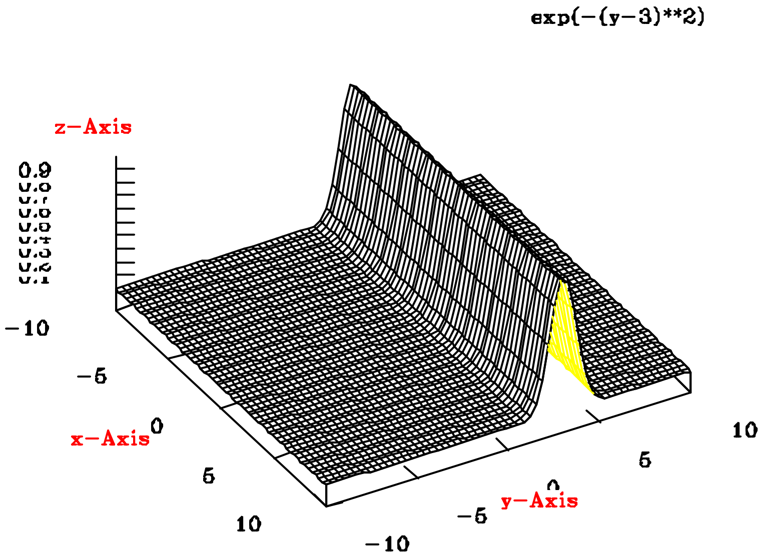
Momentaufnahmen

Linienhafte Impulswelle

Eine Pulswelle, die sich entlang der x-Achse ausbreitet, kann in einer Form der Gaußschen Glockenkurve dargestellt werden,

$$z(x) = \frac{b}{e^{a(x-x_0)^2}} = b\exp(-a(x-x_0)^2)$$

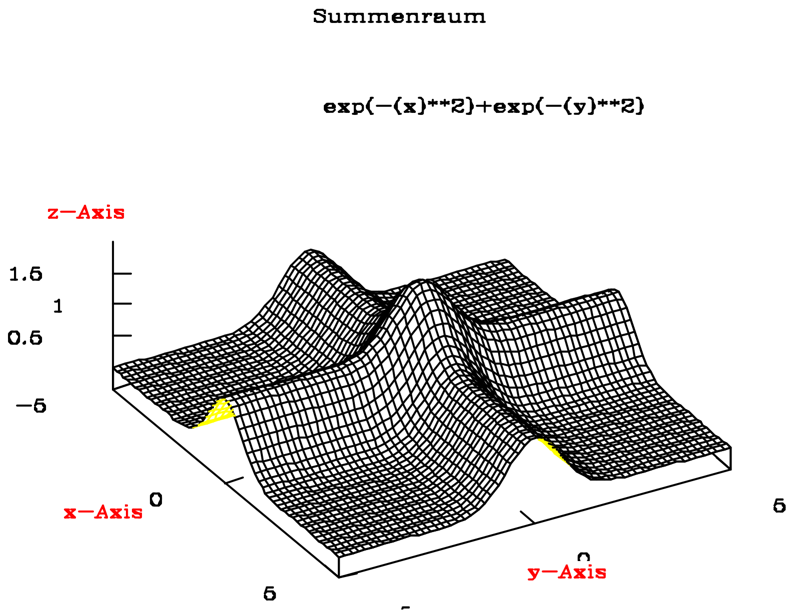
wenn entlang der z- Achse die Amplitude (der Funktionswert) aufgetragen wird. Mit dem Kürzel *exp* wird die Potenz zur Zahl e bezeichnet. Die Funktion hat bei $x=x_0$ das Maximum von eins, rechts- und linksseitige Grenzwerte sind null. Gegenüber der einfacheren Funktion $z(x) = b\exp(-a\ \mathrm{abs}(x-x_0))$ hat die Funktion die Besonderheit einer vorhersagbaren Potenz. Die Variablen x, y, z, v, t etc. bezeichnen zur Wahrung der Übersichtlichkeit normierte Größen der Form $a=A/A_0$. Eingetragen in ein dreidimensionales Diagramm vermittelt die Funktion den Augenblickseindruck einer die Stelle x_0 passierenden Welle. Unter Einbeziehung der Zeit t als Parameter bekommt die Funktion die Form $z(t,x) = b\exp(-a((t-t_0)v - x_0)^2$, wobei v die normierte Ausbreitungsgeschwindigkeit darstellt. x_0 gibt den Startwert, und t_0 die Startzeit vor. Sofern nicht anders bezeichnet, soll b zu Eins angenommen werden. Die Welle breitet sich entlang der x-Achse zeitproportional aus. Im Bild ist die Ausbreitung einer Welle entlang der y-Achse dargestellt.



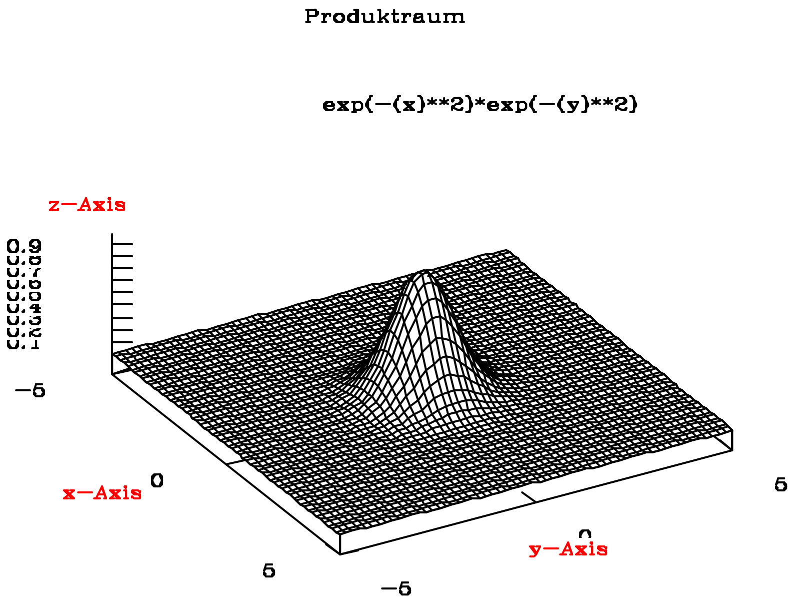
Der Wellenkamm liegt bei *(y-3)=0*, *y=3*. Die Funktionsgleichung zur Berechnung des Funktionswertes *z(x)* ist in der rechten, oberen Ecke angegeben.

Interferenz zweier Wellen

Treffen sich zwei Wellen in beliebigem Winkel, so läuft der Wellenkamm an der Begegnungsstelle, wie im Abschnitt *Unterbestimmte Abbildungen* erörtert, mit den Wellenfronten mit. Werden beide Wellenfunktionen addiert, entsteht eine Darstellung, die einer pulsartig bewegten Wasseroberfläche ähnelt. Sie wird als Summenfläche bezeichnet.



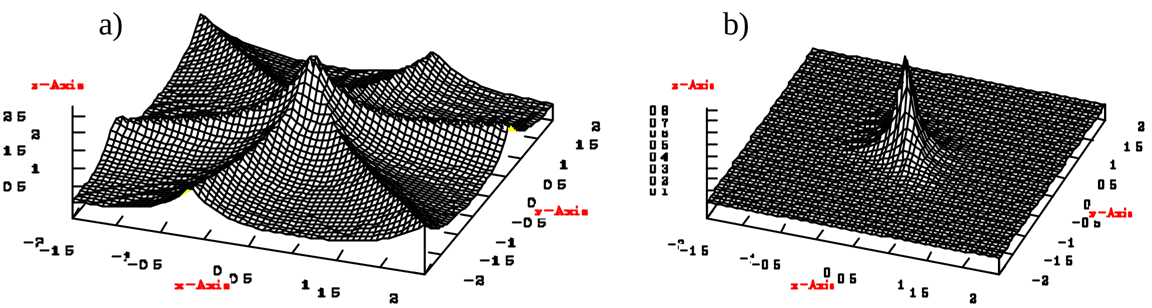
Zur Darstellung einer Produktfläche für jede *x*- und *y*- Koordinate werden die Funktionswerte multipliziert, dies geschieht durch Multiplikation der Wellenfunktionen selbst.

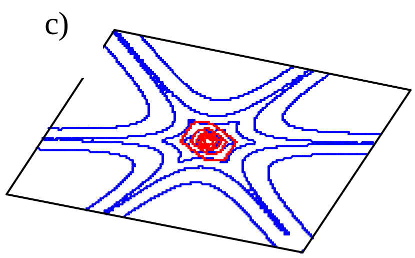


Es ist zu erkennen, daß die Produktfunktion an der Stelle ($x_0=0$, $y_0=0$) als ein beide Wellen detektierender Ort interpretiert werden kann. Würde sich ein Multiplizierer, der die aus *x*- und *y*-Richtung kommenden Wellen multipliziert, an irgend einer davon abweichenden Stelle befinden, wäre das dargestellte Wellenpaar nicht detektierbar. Allerdings ist, wie im Abschnitt

Unterbestimmte Abbildungen hergeleitet, die Abbildung mit zwei Wellen unterbestimmt, daher gilt eine Ausnahme für alle Orte $x=y$.

Um eine Vorstellung von der geometrischen Relation zwischen Summen- und Produktwelle zu erhalten, sind die der z- Achsenteilung entsprechenden Höhenlinien im Vergleich dargestellt. Es wird deutlich, daß die Produktfläche (konzentrische Kreise) bereits kleiner ('schärfer') wird, als die Summenfläche (hyperbelähnliche Kurven). Es wurde auf gleiche Maßstäbe für Produkt- und Summendarstellung geachtet.

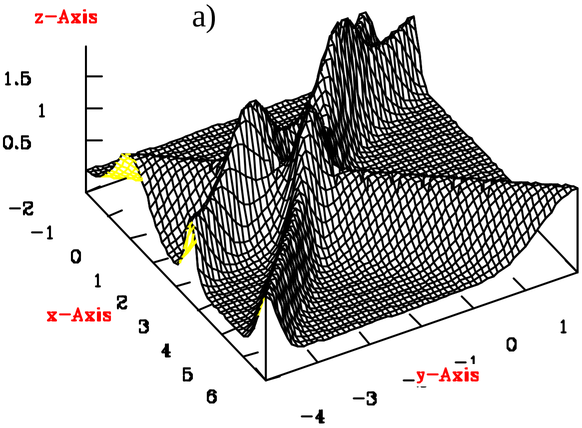




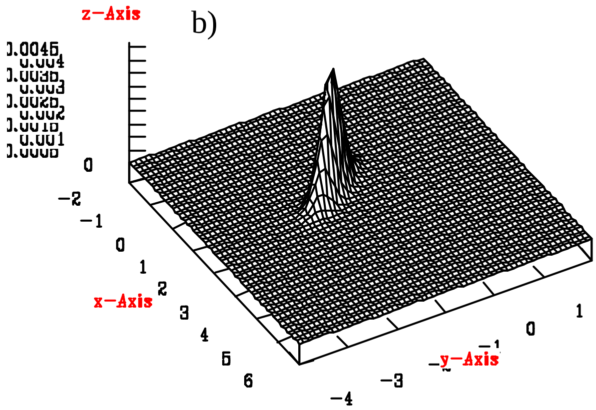
Interferenz dreier Wellen
im Winkel von 120°.

a) Summenprofil
b) Produktprofil
c) Höhenlinien von a) und b).

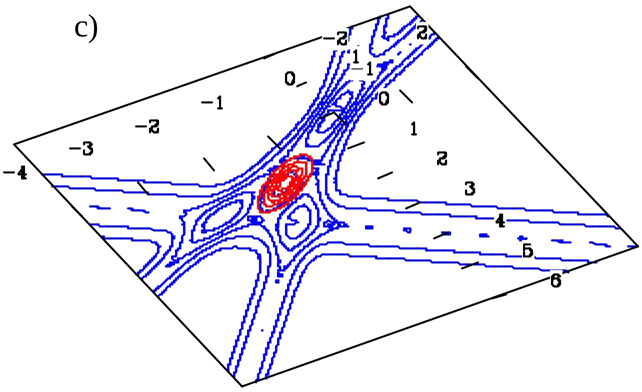
a)



b)

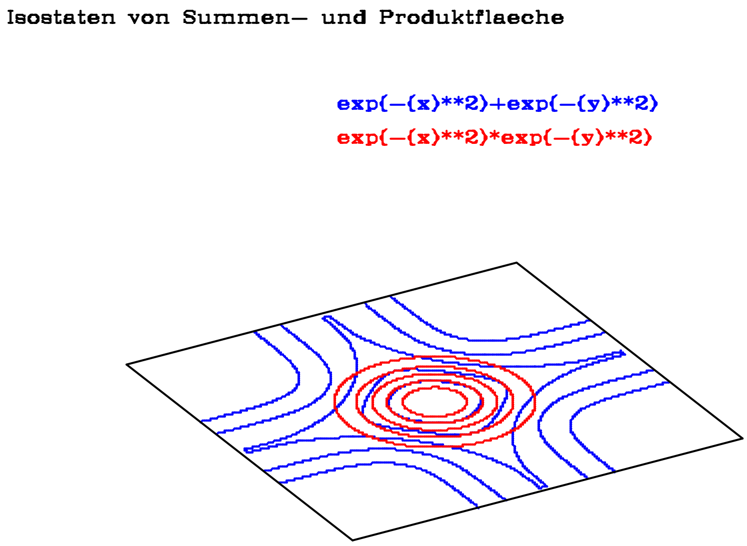


c)



Ausbleibende Interferenz dreier Wellen.

a) Summenprofil
b) Produktprofil
c) Höhenlinien von a) und b)


Isostaten von Summen- und Produktflaeche
exp(-(x)**2)+exp(-(y)**2)
exp(-(x)**2)*exp(-(y)**2)

Interferenz von drei Wellen

Wie im Abschnitt *Matrixraster und Auflösungsvermögen* hergeleitet, wird die Ausdehnung des Produktraumes mit der Anzahl der an der Interferenz beteiligten Impulse schmaler, die Abbildung wird schärfer. Man vergleiche dazu das Interferenzbild dreier Pulswellen mit dem zweier Wellen. Dieser Vorzug kann einem biologischen System zum Nachteil gereichen: geringe Veränderungen (Wasserverlust, alterungsbedingte Schrumpfung etc., Hirntraumen) der interferenziell wirksamen Substanz führen zu örtlich verschobenen Produkträumen. Interferenzen entstehen an geringfügig falschen Orten, und lösen andere, als die erwarteten Reaktionen aus. Die Zurechnungsfähigkeit des Individuums sinkt.

In den folgenden Bildern sind Summenfläche, Produktfläche und Höhenprofil der Überlagerung dreier Impulswellen dargestellt, die sich im Koordinatenursprung treffen. Es wird deutlich, daß die Überhöhung im Summenraum proportional mit der Anzahl der beteiligten Wellen steigt. Die Produktfläche ragt bereits nadelartig in die Höhe. Im Höhenlinienbild ist zu erkennen, daß vergleichbare Produktflächen nur noch Bruchteile der entsprechenden Summenflächen ausmachen. Die Höhenlinien beziehen sich stets auf die Teilung der *z*- Achse in den zugehörigen 3d- Bildern.

Der Produktraum gibt den Bereich von Orten an, in denen alle drei Wellen multiplikativ detektiert werden können. Er ist als eine dynamische Größe zu verstehen, und ändert sich kontinuierlich mit dem Fortschreiten der Wellen. Er gibt lediglich die Möglichkeit an, bei einem definierten, eingefrorenen Zustand des Raumes für die gewählten Wellenfronten eine Detektion oberhalb einer definierten Schwelle (zB. $z = 0{,}5$) vornehmen zu können.

Die Unsymmetrie der Höhenlinien der Produktfläche sind auf die Verwendung geringfügig verschiedener Wellenzüge zurückzuführen.

Windschiefe Begegnung

Es mögen sich drei Wellenfronten begegnen, die keinen gemeinsamen Treffpunkt besitzen, ('windschiefe' Fronten).

Es sind Summenfläche, Produktfläche, und Höhenlinienprofil beider dargestellt. Es ist zu erkennen, das keine nennenswerte Produktinterferenz mehr auftritt. Zur Detektion aller drei Wellen müßte eine sehr niedrige Schwelle angesetzt werden ($z < 0{,}001$). Die Wellenzüge sind in dieser Anordnung kaum detektierbar.